



**Übungsklausur 1 zur
Eignungsprüfung
Mathematik
E2**

Hinweis:
Das E2-Semester beginnt
Anfang Februar.

- Bearbeitungszeit: 60 Minuten
- Erlaubte Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner,
Schülereigenes Wörterbuch (Deutsch/Muttersprache),
Schüler- oder schuleigene gedruckte Formelsammlung eines Schulbuchverlages
- Verbotene Hilfsmittel: Alle nicht erlaubten Hilfsmittel, z.B. Handy
- Gestelltes Material: Aufgabenset und kariertes Papier,
Schuleigene Formelsammlung

Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Berechnungen gut lesbar auf das gestellte karierte Papier.
Sie können auch für Ansätze oder Teillösungen Bewertungseinheiten erhalten.

Nach Ablauf der Bearbeitungszeit muss das Aufgabenset und sämtliches Papier abgegeben werden.

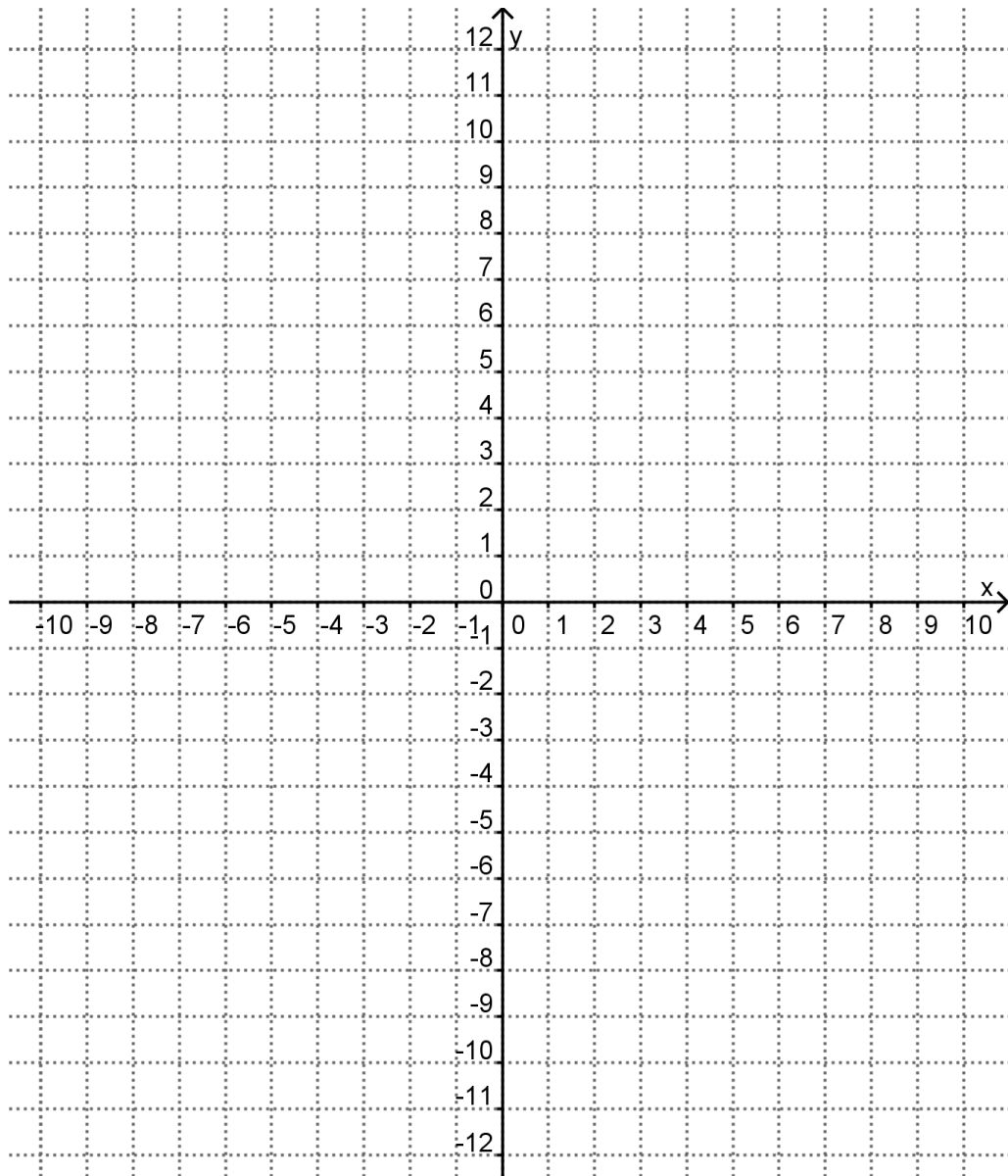
Für das Bestehen der Eignungsprüfung müssen Sie mindestens 14 Bewertungseinheiten (45 % von 31 möglichen Bewertungseinheiten) erreichen.

Viel Erfolg!

Aufgabenstellung

Gegeben ist die ganzrationale Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$.

- a) Begründen Sie die Symmetrie des Graphen von f anhand des Funktionsterms.
Geben Sie das Grenzwertverhalten des Graphen von f für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$ an. **(4 BE)**
- b) Geben Sie den Punkt S_y an, in dem der Graph von f die y -Achse schneidet.
Berechnen Sie die Nullstellen von f und geben Sie jeweils an, ob der Graph von f die x -Achse schneidet oder berührt.
Schreiben Sie den Funktionsterm von f als Produkt der Linearfaktoren. **(7 BE)**
- c) Geben Sie die ersten drei Ableitungsfunktionen von f an. **(5 BE)**
- d) Berechnen Sie die Lage und die Art der Extrempunkte des Graphen von f . **(6 BE)**
- e) Berechnen Sie die Lage des Wendepunktes des Graphen von f . **(3 BE)**
- f) Berechnen Sie den Funktionsterm der Wendetangente t . **(3 BE)**
- g) Skizzieren Sie den Graphen von f unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse in das vorgegebene Koordinatensystem. **(3 BE)**



Lösungshinweise, erhaltbare und erhaltene Bewertungseinheiten

Lösungswege, die von den nachfolgend dargestellten abweichen, aber dem Operator entsprechend als gleichwertig betrachtet werden können, werden selbstverständlich ebenso akzeptiert.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE	
		erhaltbar	erhalten
a	<p>Begründung der Symmetrie: Der Funktionsterm von f enthält zwei ungerade und eine gerade Potenz von x. Die Funktion f ist daher weder ungerade noch gerade. Weil es sich um eine ganzrationale Funktion dritten Grades handelt, ist der Graph punktsymmetrisch zu seinem einzigen Wendepunkt.</p> <p>Angabe des Grenzwertens: $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty$ alternativ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -\infty$ alternativ: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$</p>	2	
b	<p>Schnittpunkt mit der y-Achse: $x = 0 \Rightarrow S_y(0 0)$</p> <p>Gemeinsame Punkte mit der x-Achse: $f(x) = 0 \Rightarrow x \cdot (x^2 - 12x + 36) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 & \text{einfache Nullstelle} \\ x_2 = x_3 = 6 & \text{doppelte Nullstelle} \end{cases}$</p> <p>An der einfachen Nullstelle schneidet der Graph von f die x-Achse, an der doppelten Nullstelle berührt er die x-Achse.</p> <p>Produktschreibweise: $f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x-0) \cdot (x-6) \cdot (x-6) = \frac{1}{4} \cdot x \cdot (x-6)^2$</p>	1 1 2 2 1	
c	$f'(x) = \frac{3}{4}x^2 - 6x + 9; \quad f''(x) = \frac{3}{2}x - 6; \quad f'''(x) = \frac{3}{2}$	5	
d	<p>Punkte mit der Steigung null (Extrem- und Sattelpunkte): $f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = 6$ $f(2) = 8; \quad f''(2) = -3 < 0; \quad H(2 8)$ $f(6) = 0; \quad f''(6) = 3 > 0; \quad T(6 0)$</p>	2 2 2	
e	<p>Punkt mit der Krümmung null (Wendepunkt): $f''(x) = 0 \Rightarrow x = 4$ $f(4) = 4; \quad f'''(4) = \frac{3}{2} \neq 0; \quad W(4 4)$</p>	1 2	
f	<p>Steigung m der Wendetangente: $m = f'(4) = -3$ y-Achsenabschnitt n der Wendetangente: $y = -3x + n \quad \quad W(4 4) \text{ einsetzen}$ $4 = -3 \cdot 4 + n \Rightarrow n = 16$ $t(x) = -3x + 16$</p>	1 1 1	

Aufg.	erwartete Leistungen	BE	
		erhaltbar	erhalten
0g	<p>The graph shows a curve on a coordinate system. The x-axis is labeled 'x' and ranges from -10 to 10 with major ticks every 1 unit. The y-axis is labeled 'y' and ranges from -12 to 12 with major ticks every 1 unit. The curve starts at the origin (0,0), reaches a local maximum at (2,8), crosses the x-axis at (6,0), and continues to rise, passing through (8,12). The curve is smooth and appears to be a cubic function.</p>	3	
	Summe	31	