



**Übungsklausur 2 zur
Eignungsprüfung
Mathematik
Q1**

Hinweis:

Das Q1-Semester beginnt im August
nach den Sommerferien.

Bearbeitungshinweise

- Bearbeitungszeit: 90 Minuten
- Erlaubte Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner,
Schülereigenes Wörterbuch (Deutsch/Muttersprache),
Schüler- oder schuleigene gedruckte Formelsammlung eines Schulbuchverlages
- Verbotene Hilfsmittel: Alle nicht erlaubten Hilfsmittel, z.B. Handy
- Gestelltes Material: Aufgabenset und kariertes Papier,
Schuleigene Formelsammlung

Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Berechnungen gut lesbar auf das gestellte karierte Papier. Sie können auch für Ansätze oder Teillösungen Bewertungseinheiten erhalten.

Nach Ablauf der Bearbeitungszeit muss das Aufgabenset und sämtliches Papier abgegeben werden.

Für das Bestehen der Eignungsprüfung müssen Sie mindestens 22,5 Bewertungseinheiten (45% von 50 möglichen Bewertungseinheiten) erreichen.

Viel Erfolg!

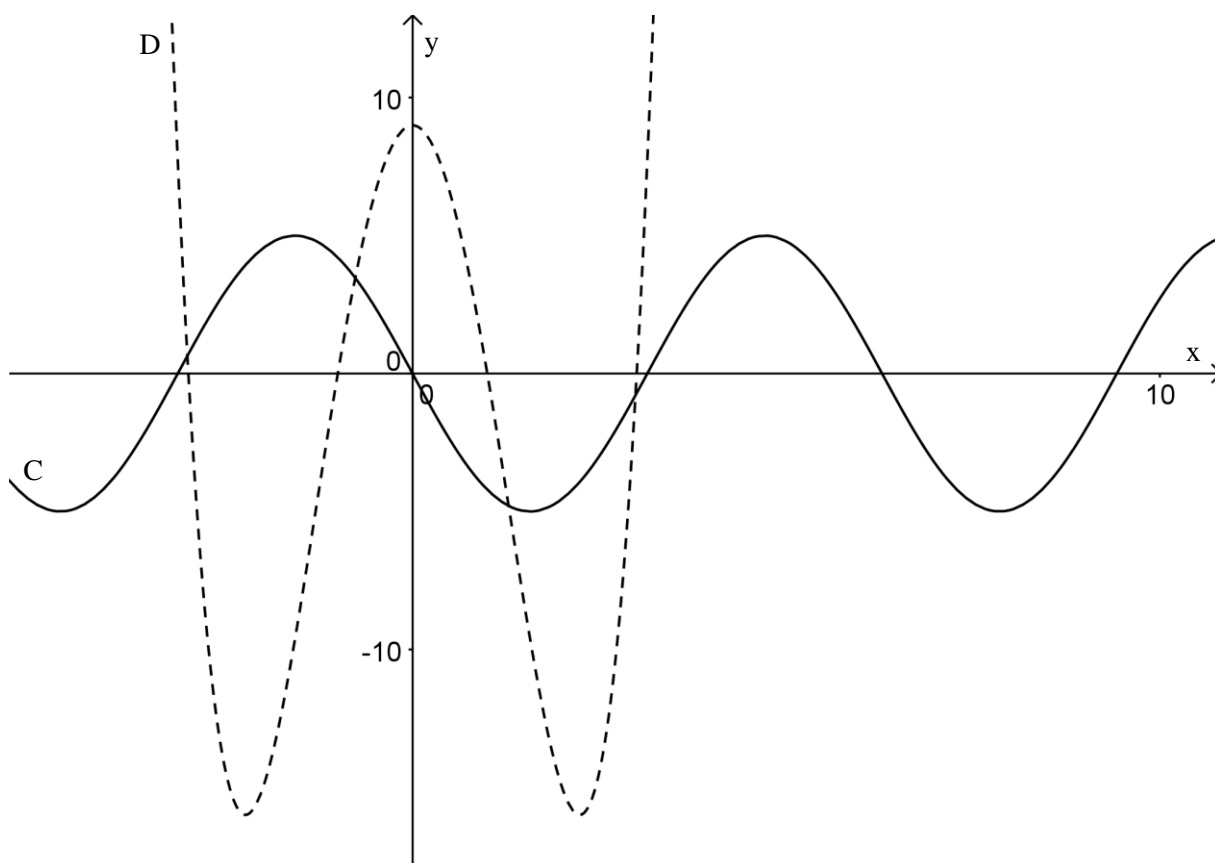
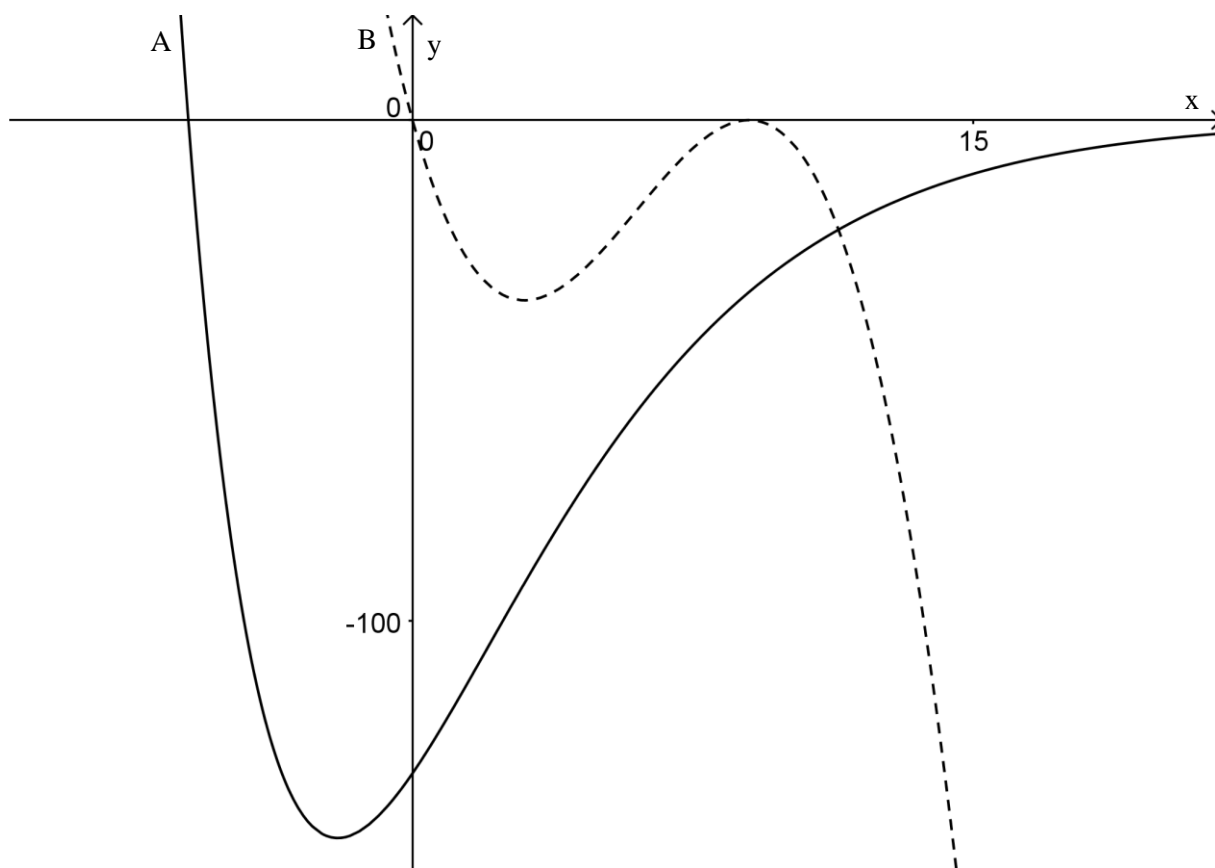
Aufgabenstellung

1) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion. Der Rechenweg ist zu dokumentieren.

- a) Funktion g mit der Gleichung $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 6x^2 - 27x$ (3 BE)
- b) Funktion r mit der Gleichung $h(x) = -5 \cdot \sin x$
Hinweis: x ist das Bogenmaß des Winkels. (2 BE)
- c) Funktion f mit der Gleichung $f(x) = (-8x - 48) \cdot e^{-\frac{1}{4}x+1}$ (2 BE)
- d) Funktion h mit der Gleichung $r(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ (4 BE)

- 2) Die unten abgebildeten Graphen A, B, C und D gehören jeweils zu einer Funktion aus Aufgabe 1.
Geben Sie für jeden Graphen die zugehörige Funktion aus Aufgabe 1 an.

(4 BE)



- 3) Die Funktion g besitzt die Gleichung $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 6x^2 - 27x$.
- Geben Sie die ersten drei Ableitungsfunktionen der Funktion g an. **(3 BE)**
 - Berechnen Sie den Wendpunkt W des Graphen der Funktion g . **(3 BE)**
 - Berechnen Sie die Gleichung der Wendetangente (Tangente im Wendepunkt) t . **(3 BE)**
- 4) Die Funktion f besitzt die Gleichung $f(x) = (-8x - 48) \cdot e^{-\frac{1}{4}x+1}$.
- Berechnen Sie die ersten beiden Ableitungsfunktionen der Funktion f .
[zur Kontrolle: $f'(x) = (2x + 4) \cdot e^{-\frac{1}{4}x+1}$] **(4 BE)**
 - Berechnen Sie Lage und Art des Extrempunktes des Graphen der Funktion f . **(3 BE)**
- 5) Innerhalb ihres ersten Lebensabschnitts nimmt die Höhe einer Kletterpflanze alle zwei Wochen um 75 % zu. Zu Beobachtungsbeginn ist die Kletterpflanze 0,04m hoch.
Bestimmen Sie die Gleichung einer Funktion k in der Form $k(t) = a \cdot e^{bt}$, die die Höhe der Kletterpflanze (in m) innerhalb des ersten Lebensabschnitts in Abhängigkeit von der Zeit t (in Wochen seit dem Beobachtungsbeginn) beschreibt. **(4 BE)**
- 6) Der Autohandel geht bei einem bestimmten Fahrzeugtyp und einer durchschnittlichen Fahrleistung davon aus, dass der jährliche Wertverlust bei ca. 16% liegt. Die Funktion d mit $d(t) = 18000 \cdot 0,84^t$ gibt näherungsweise den Restwert (in €) in Abhängigkeit von der Zeit t (in Jahren seit dem Neukauf) an.
- Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem das Fahrzeug nur noch Schrottwert (540€) besitzt. **(3 BE)**
 - Transformieren Sie die Gleichung der Funktion d auf die Basis e . **(1 BE)**
- 7) Der zur y -Achse symmetrische Graph einer ganzrationalen Funktion 4. Grades verläuft durch den Punkt $P(0|2)$ und hat den Extrempunkt $E(1|0)$.
- Geben Sie die allgemeine Funktionsgleichung einer ganzrationalen Funktion 4. Grades an, deren Graph symmetrisch zur y -Achse ist.
Berechnen Sie die ersten beiden Ableitungsfunktionen. **(4 BE)**
 - Formulieren Sie Gleichungen für diejenigen Bedingungen, die von der allgemeinen Funktionsgleichung und ihren ersten beiden Ableitungsfunktionen erfüllt werden müssen. **(3 BE)**
 - Berechnen Sie die Gleichung der Funktion 4. Grades. **(4 BE)**

Lösungshinweise, erhaltbare und erhaltene Bewertungseinheiten

Lösungswege, die von den nachfolgend exemplarisch dargestellten abweichen, aber dem Operator entsprechend als gleichwertig betrachtet werden können, werden selbstverständlich ebenso akzeptiert.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE	
		erhaltbar	erhalten
1a	$g(x)=0 \Rightarrow x \cdot (x^2 - 18x + 81) = 0$ $\Rightarrow x_1 = 0; x_{2,3} = 9 \pm \sqrt{9^2 - 81} = 9$	3	
1b	$h(x)=0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k \cdot \pi$ mit ganzzahligem k	2	
1c	$f(x)=0 \Rightarrow -8x - 48 = 0 \Rightarrow x = -6$	2	
1d	$r(x)=0$ biquadratische Gleichung $\Rightarrow z^2 - 10z + 9 = 0$ $\Rightarrow z_{1,2} = 5 \pm \sqrt{5^2 - 9} \Rightarrow z_1 = 1; z_2 = 9$ $\Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{z_1} = \pm 1; x_{3,4} = \pm \sqrt{z_2} = \pm 3$	2 2	
2	Graph A gehört zu Funktion f. Graph B gehört zu Funktion g. Graph C gehört zu Funktion h. Graph D gehört zu Funktion r.	1 1 1 1	
3a	$g'(x) = -x^2 + 12x - 27$ $g''(x) = -2x + 12$ $g'''(x) = -2$	1 1 1	
3b	$g''(x) = 0 \Rightarrow x = 6$ $g(6) = -18; g'''(6) = -2 \neq 0; W(6 -18)$	1 2	
3c	Steigung m der Wendetangente: $m = g'(6) = 9$ y-Achsenabschnitt n der Wendetangente: $y = 9x + n \mid W(6 -18)$ einsetzen $-18 = 9 \cdot 6 + n \Rightarrow n = -72$ $t(x) = 9x - 72$	1 1 1	
4a	$f'(x) = (2x + 4) \cdot e^{-\frac{1}{4}x+1}$ $f''(x) = (-\frac{1}{2}x + 1) \cdot e^{-\frac{1}{4}x+1}$	2 2	
4b	$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2$ $f'(-2) = 0$ $f''(-2) \approx 8,96 > 0$	1 2	\Rightarrow Minium bei $x = -2$ $f(-2) \approx -143,41; T(-2 -143,41)$

Aufg.	erwartete Leistungen	BE	
		erhaltbar	erhalten
5	$k(0) = a = 0,04$ $k(2) = \frac{0,04}{100} \cdot 175 = 0,07$ $0,04 \cdot e^{b \cdot 2} = 0,07 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{0,07}{0,04}\right) = \frac{1}{2} \cdot \ln(1,75) \approx 0,28$ $k(t) = 0,04 \cdot e^{\frac{\ln(1,75)}{2} \cdot t} \approx 0,04 \cdot e^{0,28 \cdot t}$	1 1 1 1	
6a	$d(t) = 540$ $18000 \cdot 0,84^t = 540 \Rightarrow t = \frac{1}{\ln(0,84)} \cdot \ln\left(\frac{540}{18000}\right) = \frac{\ln(0,03)}{\ln(0,84)} \approx 20,11$ Nach ca. 20 Jahren besitzt das Fahrzeug nur noch Schrottwert.	1 1 1	
6b	$d(t) = 18000 \cdot e^{\ln(0,84) \cdot t}$	1	
7a	$f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ $f'(x) = 4ax^3 + 2bx$ $f''(x) = 12ax^2 + 2b$	2 1 1	
7b	$P(0 2) \Rightarrow f(0) = 2$ $E(1 0) \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases}$	1 1 1	
7c	Auswerten der Bedingung mit $x = 0$: $f(0) = 2 \Rightarrow a \cdot 0^4 + b \cdot 0^2 + c = 2 \Rightarrow c = 2$ Auswerten der Bedingungen mit $x \neq 0$: $f(1) = 0 \Rightarrow a \cdot 1^4 + b \cdot 1^2 + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -2$ $f'(1) = 0 \Rightarrow 4a \cdot 1^3 + 2b \cdot 1 = 0 \Rightarrow 2a + b = 0$ Lösen des LGS und Angeben der Funktionsgleichung: $\begin{cases} a + b = -2 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2; b = -4$ $f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 2$	1 2 1	
	Summe	50	